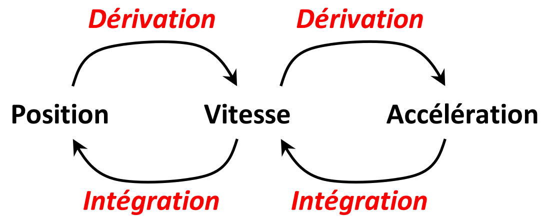
Accompagnent Personnalisé

Dérivées et primitives

Terminale S

Lycée Jean d'Alembert / Chili



I. DÉTERMINATION D'UNE DÉRIVÉE

> Soit $f(x)$: $f = 3\,x$
>
> La dérivée de $f(x)$ s'écrit $f\,'(x)$ ou $\dfrac{df(x)}{dx}$
>
> Soit $x(t)$: $x = 3\,t$
>
> La dérivée de $x(t)$ s'écrit $\dfrac{dx(x)}{dt}$

Déterminons par exemple une vitesse à partir …

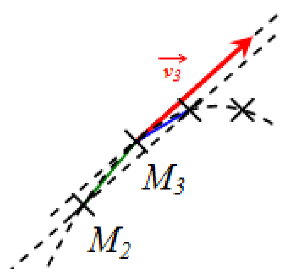
a. D'un vecteur position :

On utilise la relation : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

si $\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} 3{,}0\,t^2 - 5{,}0\,t \\ 2{,}5\,t + 3{,}0 \end{pmatrix}$ alors $\vec{v} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{pmatrix}$

Et la vitesse à la date t = 2,0 s vaut alors : $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ = ……………………………………

b. D'un relevé de positions :

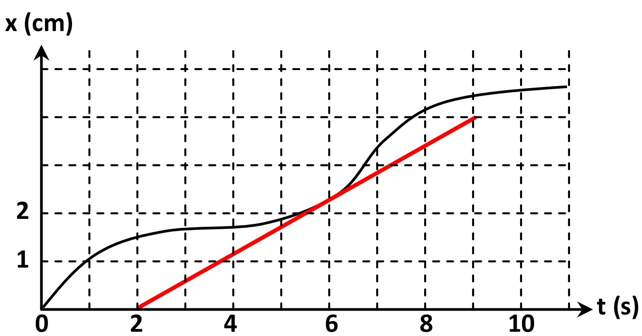


On utilise la relation : $\vec{v} = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$

Ainsi, la vitesse au point M_3 vaut :

$\|\vec{v_3}\| = v_3 = \dfrac{M_2M_3 + M_3M_4}{2\,\tau}$

c. D'un graphe :



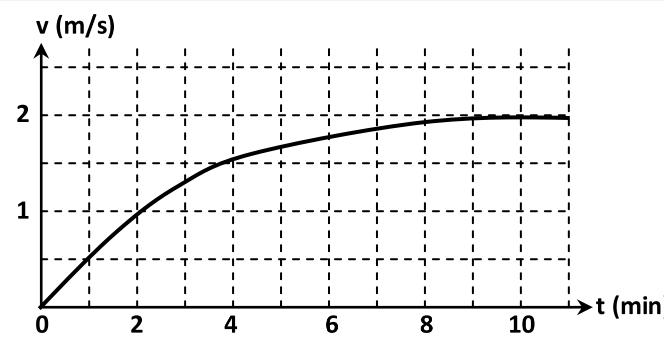
On détermine la pente de la tangente à la date désirée.
Ainsi, la vitesse du mobile selon l'axe (Ox) à la date t = 6,0 s vaut :

$pente = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{\ldots\ldots - \ldots\ldots}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

La pente de la tangente au point d'abscisse *t* d'une courbe donne la valeur de la dérivée à cette date.

d. Questions :

1. *Quelle est la grandeur que l'on calcule en déterminant la pente de la tangente à la courbe **v = f(t)** ?*
2. *Déterminer la valeur de cette grandeur dans le SI à la date **t = 0 s**.*
3. *D'après le graphe que devient cette grandeur pour un temps très long ? Justifier.*



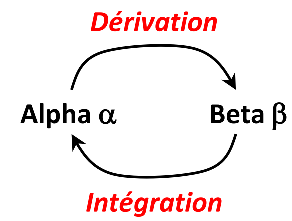
II. DÉTERMINATION D'UNE PRIMITIVE

Questions :

1. *Quelle est la dérivée de 3* t *+ 2 ?*
2. *Même question pour 3* t *– 5.*
3. *Conclure.*

Exercice 1 :

Soit une fonction $\alpha(t)$ telle que si on la dérive on obtient la fonction $\beta(t)$. On sait qu'à l'origine du temps la valeur de α est égale à **3,0**. On sait aussi que la fonction $\beta(t)$ s'écrit : $\beta(t) = 2{,}0$.



1. *Parmi les fonctions suivantes encercler celles qui, lorsqu'on les dérive, donnent* $\beta(t)$*.*

$3{,}0\,t + 2{,}0$ $t + 2{,}0$ $2{,}0\,t - 5{,}0$ $2{,}0\,t^2 - 5{,}0$ t^2 $t^2 + 2{,}0\,t + 1{,}0$ $2{,}0\,t + 1{,}0$

2. *Donner une formule générale des fonctions qui, lorsqu'on les dérive, donnent* $\beta(t)$*.*
3. *Parmi les fonctions encerclées en existe-t-il une qui peut être égale à* $\alpha(t)$ *? Si oui laquelle ? Si non pourquoi ?*
4. *Donner l'expression correcte de la fonction* $\alpha(t)$ *telle qu'attendue par l'énoncé.*

Exercice 2 :

Soit une fonction $v(t)$ telle que si on la dérive on obtient la fonction $a(t)$. On sait que la fonction $a(t)$ s'écrit $a(t) = -9{,}8$ dans le *SI*.

1. *Donner une formule générale de la fonction* **v(t)***.*
2. *D'après cette expression, que vaut* **v** *à l'origine du temps ?*
3. *Si l'on sait qu'à l'origine du temps la valeur de* **v** *est égale à* ***3,0*** *donner alors l'expression générale de la fonction* **v(t)***.*
4. *Que vaut* **v** *à la date* **t = *12* s** *?*
5. *Sachant que la fonction* **z(t)** *est telle que si on la dérive on obtient* ***-9,8* t + *3,0****, que faut-il faire pour trouver l'expression de* **z(t)** *?*
6. *Parmi les expressions suivantes, encercler celle ou celles qui peuvent exprimer* **z(t)** *:*

$- 9{,}8\,t^2 + 3{,}0\,t - 1{,}0$ $- 9{,}8\,t^2 + 3{,}0$ $- 4{,}9\,t^2 + 3{,}0\,t$ $- 4{,}9\,t^2 + 3{,}0$ $- 4{,}9\,t^2 + 3{,}0\,t - 7{,}0$

$- 9{,}8\,t^2 + 3{,}0\,t - 7{,}0$ $- 4{,}9\,t^2 - 9{,}8$ $- 9{,}8\,t^2 + 3{,}0\,t$ $- 4{,}9\,t^2 + 3{,}0\,t + 4{,}5$ $- 9{,}8$

7. *Que faut-il alors connaître pour pouvoir choisir la bonne expression de* **z(t)** *?*
8. *On sait qu'à l'origine du temps le mobile est à l'origine du repère. Déterminer l'expression correcte de* **z(t)***.*

Formule générale pour la dérivée :

$$t^n \rightarrow n \cdot t^{n-1}$$

Formule générale pour la primitive :

$t^n \rightarrow$ ....